

文章编号: 1000-8055(2006)04-0732-6

基于精英保留遗传算法的连续结构 多约束拓扑优化

孙明华¹, 崔海涛, 温卫东

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 江苏 南京 210016)

摘 要: 采用遗传算法对应力、位移及结构约束下的连续体结构进行拓扑优化。通过在遗传算法中引入精英保留的进化策略, 保证算法的收敛性, 改善优化结果。优化过程中, 利用精英保留遗传算法进行结构优化, 通过基于 ANSYS 软件的有限元技术进行结构的建模和分析。算例分析表明所提出的方法是合理、有效的。该方法可用于复杂工程结构的初始设计, 并能够提供多种初始设计方案。

关 键 词: 航空、航天推进系统; 结构优化; 拓扑优化; 遗传算法; 精英保留

中图分类号: V231.9

文献标识码: A

Topology optimization of continuum structure under multiple constraints using genetic algorithm with elitist strategy

SUN Ming-hua, CUI Hai-tao, WEN Wei-dong

(College of Energy and Power Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Genetic Algorithm (GA) was served as an optimization tool for the topology optimization of continuum structure under multiple constraints. The elitist strategy was introduced into GA to improve the convergence and optimization results. During the process of optimization, GA was used to optimize the structure, while ANSYS-based finite element technique was used to model and analyze the structure. An example shows the rationality and effectiveness of the method. The method can apply to the topology optimization of complex engineering structure, and it can provide multiple initial design schemes.

Key words: aerospace propulsion system; structural optimization; topology optimization; genetic algorithm; elitist strategy

拓扑优化能够为结构的方案设计提供科学的依据, 使复杂结构及部件在概念设计阶段即可灵活、理性地优选方案。连续体结构的拓扑优化是指在一个确定的连续区域内决定其非实体区域的位置及数量。目前采用的方法主要有变厚度法、均匀化方法和进化法等。隋允康^[1]基于独立连续

拓扑变量的概念和映射变换方法对二维连续体结构进行了拓扑优化设计。然而, 目前这方面的研究所采用的优化算法都是从单个点出发开始寻优, 易收敛于局部最优解, 而且最终的拓扑优化结构单一, 无法提供多种拓扑结构优化方案供工程设计人员选择。近几十年迅速发展的遗传算法以

收稿日期: 2005-07-05; 修订日期: 2006-02-26

作者简介: 孙明华(1981-), 女, 江苏无锡人, 南京航空航天大学能源与动力学院硕士生, 主要从事结构优化设计的研究。

其高效的搜索性能和广泛的适用性成为结构拓扑优化领域的研究热点。Kawamura^[2]采用改进的遗传算法求解桁架结构拓扑优化问题。Chapman^[3]用染色体表征拓扑结构,采用分阶段拓扑优化方法以节省时间,但是计算结果存在铰接而且拓扑结构比较复杂。Jakiela^[4]对平面连续体结构进行了拓扑优化分析,但该方法需要分析单元的连接性,否则容易出现“棋盘格”现象。Nakanishi^[5]提出了基于群论的连续体结构的拓扑优化分析方法,但该方法中结构的描述方法及单元的删除过程复杂,分析效率较低。王中华^[6]采用模拟退火遗传算法进行了位移约束下平面连续体的拓扑优化分析,但该方法通用性差,不能用于求解复杂工程结构。上述研究工作中一般均以结构的位移为约束条件,而不考虑应力约束的结构设计很难付诸工程实际。另外,在上述研究工作中,都存在一定程度的结构不连续和铰接现象,单纯依靠增加单元的数量不仅大大增加了计算量,而且无法从根本上解决问题。

本文基于遗传算法,用染色体基因映射结构离散化后的单元体,对连续体结构进行拓扑优化设计,并引入精英保留的进化策略以改善优化结果,提高优化效率。优化中同时考虑应力、位移约束,并通过结构约束来消除不连续和铰接现象。最后通过对悬臂板的拓扑优化分析,验证了所提出的方法是合理、有效的。

1 基于精英保留遗传算法的拓扑优化方法

1.1 结构拓扑优化的数学模型

在结构拓扑优化中,考虑满足应力和位移约束的条件下,减少连续体结构的质量,同时消除不连续单元和铰接现象,其数学模型为:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) = M \\ \text{s.t.} \quad & \sigma_{\text{Nmax}} < \sigma \quad ; \quad \delta_{\text{Nmax}} < \delta \\ & N_D = 0 \quad ; \quad N_H = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

式中: $f(x)$ 为目标函数; x 为自变量; M 为优化后结构剩余质量; σ_{Nmax} 为结构中节点 Mises 当量应力的最大值; σ 为允许的应力值; δ_{Nmax} 为结构中的节点最大位移值; δ 为允许的位移值; N_D 为不连续单元数; N_H 为铰接单元数。

为了便于优化分析,对目标函数和约束条件做相应的无量纲处理,通过引入惩罚因子,将其转化为无约束问题,即:

$$\begin{aligned} \min \quad g(x) = & W + \lambda \left[\left(\frac{n_1 \sigma_{\text{Nmax}}}{\sigma} - 1 \right)^2 + \right. \\ & \left. \left(\frac{n_2 \delta_{\text{Nmax}}}{\delta} - 1 \right)^2 + \alpha \left(\frac{N_D + N_H}{N} \right)^7 \right] \end{aligned} \tag{2}$$

式中: $g(x)$ 为修改后的目标函数; W 为结构剩余质量与初始质量之比; N 为结构剩余单元数; λ 为惩罚因子; α 为导向因子; n_1 和 n_2 为安全系数。由于遗传算法所获得的解一般位于可行域边界的邻域内,不能确保严格满足约束条件,故引入安全系数以加强约束,保证优化解在可行域内。导向因子的作用是在结构进化过程中,对遗传算法产生导向作用,使结构首先满足结构约束,即拓扑优化后的结构连续,无不连续单元和铰接单元。

1.2 精英保留策略

遗传算法运行过程中,虽然随群体的进化过程会产生越来越多的优良个体,但由于交叉、变异等遗传操作的随机性,有可能破坏当前群体中适应度最好的个体,影响遗传算法的运行效率和收敛性。

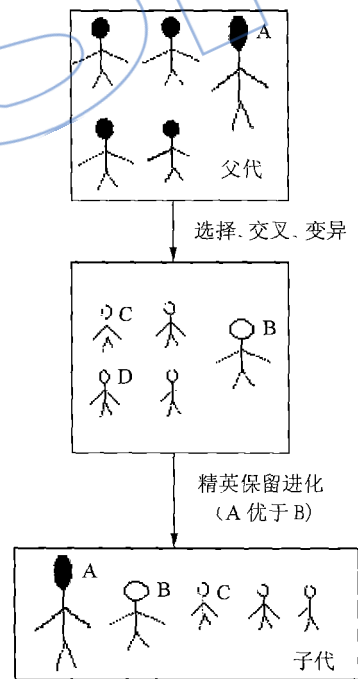


图 1 精英保留策略示意图
Fig. 1 Illustration of elitist strategy

简单遗传算法中,父代个体全部由选择、交叉、变异后产生的子代个体所代替,而精英保留策略(Elitist Strategy)^[7]的基本思想是在遗传操作后加入进化操作,使适应度最好的个体保留到下一代群体。该策略的实施可保证最优个体不会被

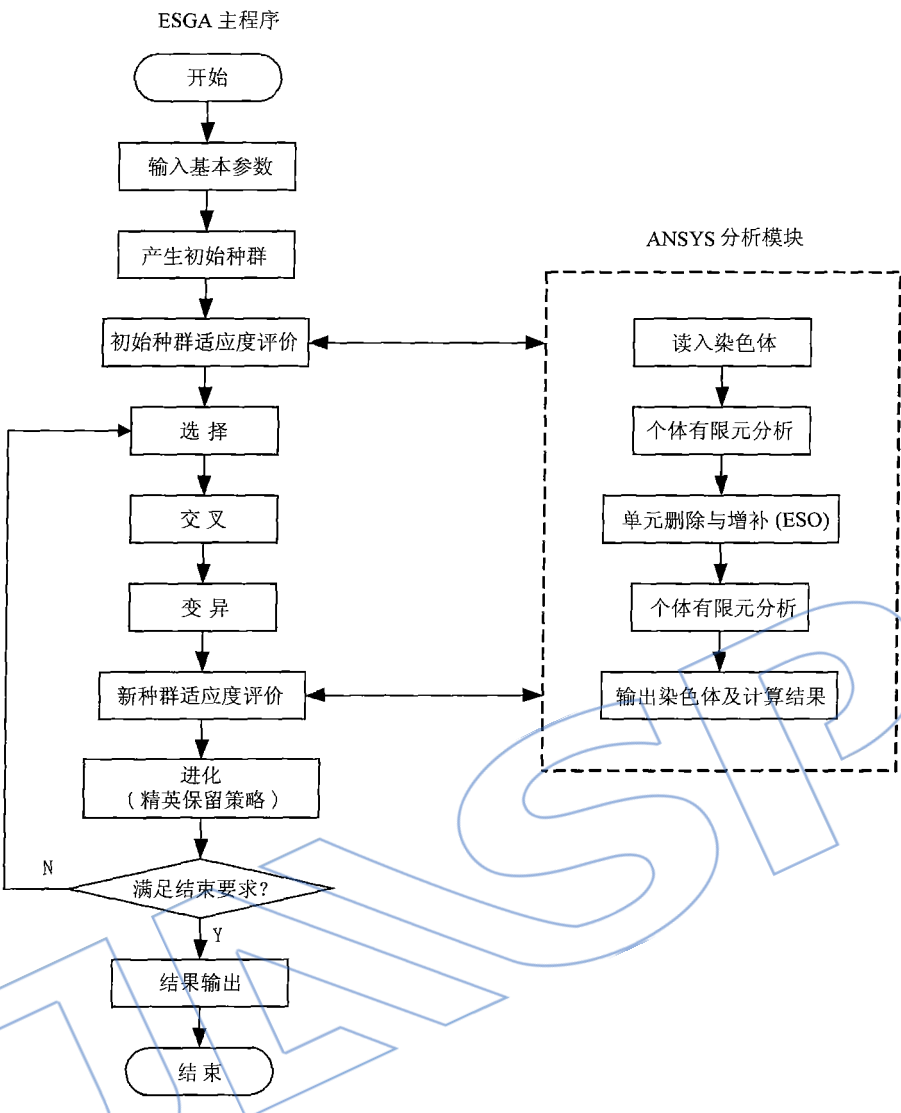


图 2 ESGA 拓扑优化流程图

Fig. 2 Flow chart of topology optimization with ESGA

交叉、变异等遗传运算所破坏,而且可以保证遗传算法的全局收敛性^[8]。

精英保留进化策略的具体操作过程如图 1 所示,即先从父代中保留一个最佳个体 A,然后进行选择、交叉、突变操作产生新群体;找出新群体中的最佳个体 B 和最差个体 D,如果最佳个体 B 的适应度值高于 A,就表示种群已进化,否则,就用 A 替换掉新群体中的最差个体 D,产生子代。

1.3 精英保留遗传算法拓扑优化技术

本文采用精英保留遗传算法(ESGA)和有限元分析方法(FEM)相结合的结构优化分析方法。拓扑优化中,利用 FEM 将结构离散化成许多单元,并与 ESGA 的二进制染色体形成一一映像关系。这样,一方面拓扑结构可以用 FEM 进行分析,另一方面,拓扑结构对应的染色体可以参与

ESGA 的求解进化过程。此外,还借鉴渐进结构优化法(ESO)^[9]的思想,删除个体结构的低应力单元,并在高应力区增补单元,使结构更有效地承担荷载,从而应力分布更加均匀,加快优化速度,改善优化结果。

本文采用 C++ 语言进行面向对象编程,编写 ESGA 主程序,有限元分析及单元增删则在有限元软件 ANSYS 中进行,由 ANSYS 所提供的 APDL 语言编制命令流实现,并通过接口程序实现 ESGA 对 ANSYS 的调用。程序流程图如图 2 所示。

基于 ANSYS 的有限元分析过程可以方便、高效地处理各类复杂结构、复杂载荷及复杂边界条件等,为求解实际工程构件提供了可能。因此,本文的拓扑优化方法适用性强,可用于复杂工程

结构的拓扑优化设计。

1.4 ESGA 与 ES-PGA

传统的遗传算法虽然具有隐含的并行性,但其实现方法在本质上仍是串行的。许多学者对并行遗传算法 (Parallel GA, PGA) 进行了研究^[9]。并行遗传算法有多种模型,以粗粒度模型(又称孤岛模型)最为流行,该模型在群体间进行交换迁徙,收敛速度快,优化结果好。

为检验 ESGA 的优化效果,本文编制了粗粒度模型的精英保留并行遗传算法 (ES-PGA) 程序。优化中,将群体划分为多个子群体,每个子群体独自在 ESGA 中进化,一定代数后,依次用相邻子群体的最优个体替换本子群体的最差个体,此过程重复进行直至达到最大进化代数。由于所编制的程序总体上是顺序的,并且在微机上运行,而不是在并行计算机上运行,因此,ES-PGA 相当于同时运行了多个 ESGA,故运行时间几乎成倍,但优化结果较好。

2 悬臂板拓扑优化分析

一左端固支的悬臂平板,如图 3 所示,板宽 0.16 m,高 0.10 m,厚 0.003 m,材料弹性模量 210 GPa,泊松比 0.3,右端中点受集中力 $P=1440\text{ N}$ 。

优化分析中,将板离散化为 16×16 个四边形单元体。参数设置如下:种群规模 50,交叉率 0.8,变异率 0.02,进化代数 400 代;导向因子 10,

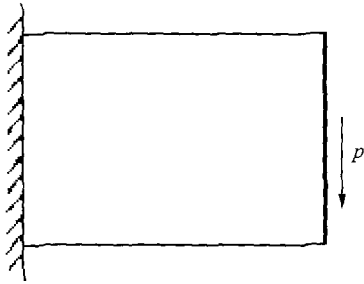


图 3 悬臂板示意图

Fig. 3 Illustration of cantilever plate

惩罚因子 80,安全系数 1.02,允许应力 123 MPa,允许位移 0.186 mm。

图 4 给出了不同代数群体中最佳个体相应的拓扑结构。由图可见,初始代中由于个体随机生成,最佳个体结构的离散性强;前几十代,结构快速进化,到第 50 代时,其基本骨架已经形成;到第 200 代时,已经具有比较成形的结构了,而随后结构在细节上变动。最终进化到 400 代,得到了较好的结构设计方案。结构连续,且无铰接,满足结构约束要求。

图 5 给出了进化过程中不同代数群体最佳个体的 Mises 当量应力云图(与图 4 一一对应),图中右上角的 SMN 和 SMX 分别为结构中的应力最小值和最大值。由图可见,进化初期最佳个体应力分布不均匀,如 50 代时 $SMX/SMN=46.73$,有较多低应力单元,且最大应力超过允许值;随着结构的不断进化,结构质量减轻,应力分布趋于均匀,200 代时 $SMX/SMN=8.39$,结构更

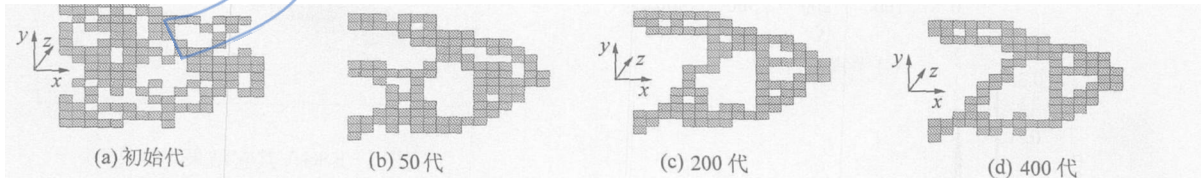


图 4 ESGA 结构进化图 (结果 A)

Fig. 4 Topology structures in the evolution of ESGA (result A)

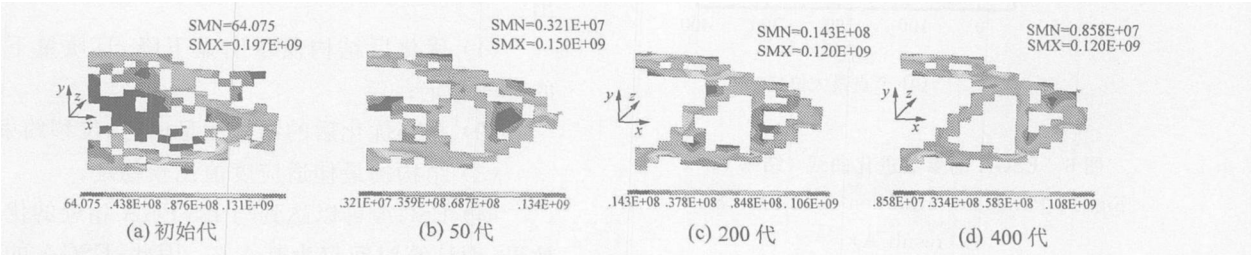


图 5 ESGA 结构进化的当量应力云图 (结果 A)

Fig. 5 Stress contours in the evolution of ESGA (result A)

有效地承担荷载;400 代时,应力分布均匀化程度有所降低, $SMX/SMN = 13.99$,但结构更轻,结构综合性能更好。

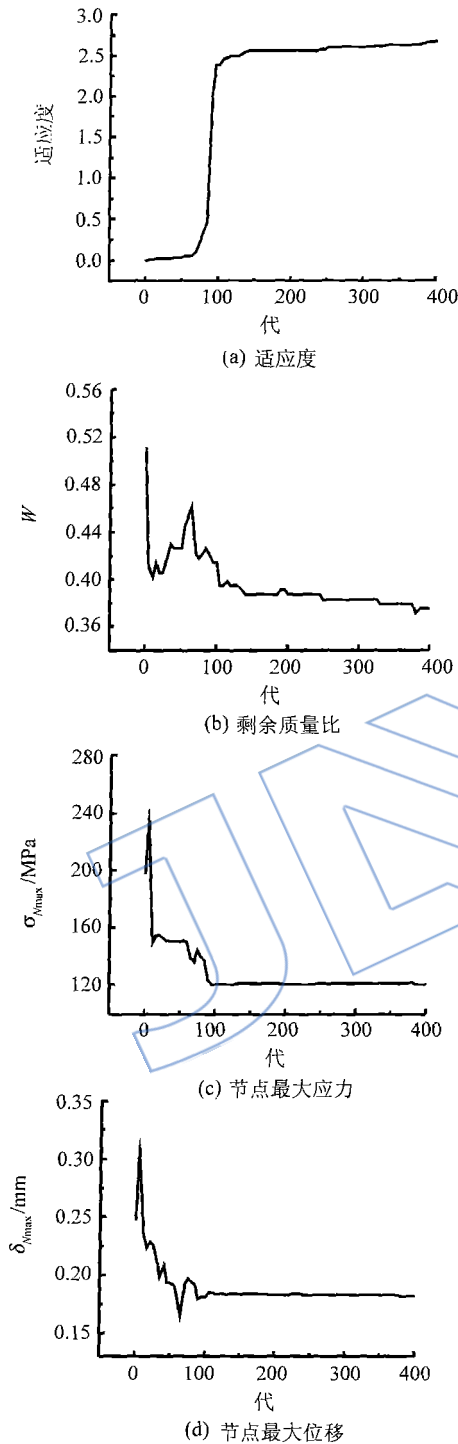


图 6 ESGA 的参数进化曲线 (结果 A)
Fig. 6 Parameter evolution curves of ESGA (result A)

图 6 给出了优化过程中最佳个体适应度、剩余质量比、节点最大应力及节点最大位移等相关

参数的进化曲线。从图中可以看出:

- (1) 早期由很低的适应度开始快速进化,100 代左右已开始收敛,而且由于采用了精英保留策略,最佳个体适应度值呈上升趋势,结构不断进化;
- (2) 进化早期,剩余质量比、节点最大应力和位移变化较剧烈,这是由于早期结构拓扑型式不稳定,单元的增删及交叉变异操作导致结构的变化较大。而且适应度中同时考虑了这 3 个参数,高质量比低应力位移或者低质量比高应力位移的结构同样可以竞争成为最优个体,所以会出现参数的高低振荡变化;
- (3) 100 代以后,剩余质量比较稳定,呈下降趋势,另外,由于目标函数是平板剩余质量,所以当约束满足时,平板质量仍可以变化;
- (4) 节点最大应力和最大位移总体呈下降趋势,并随着 GA 的搜索迅速逼近其允许值。

由于 GA 使用随机概率搜索技术,且优化结果与初始种群和进化过程有很大的关系,所以 GA 每次计算结果都不同,结果多样性是 GA 的显著特征。图 7 给出了 ESGA 的另一次优化结果,该结构受力路径合理,且无不连续和铰接单元,拓扑结构型式与上次结果(图 4)明显不同。

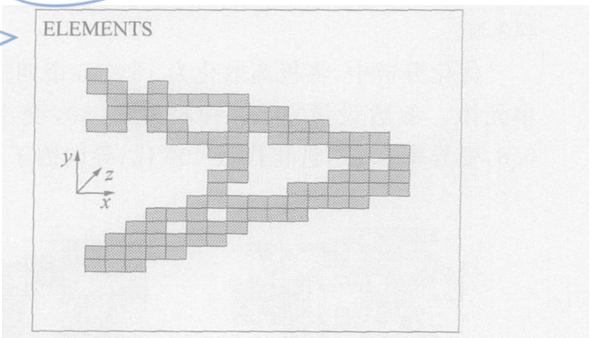


图 7 ESGA 其它结果 (结果 B)
Fig. 7 Additional result of ESGA (result B)

表 1 给出了 2 次 ESGA 和 1 次 ES-PGA 的部分优化结果参数值及运行时间。由表可以看出:

- (1) 优化后结构质量明显下降,且质量下降的幅度稳定;
- (2) 拓扑优化后的结构满足应力、位移约束;
- (3) 结构的最佳适应度值比较稳定;
- (4) ESGA 可以达到与 ES-PGA 相近的优化效果,而计算时间仅为为其 1/3。因此,ESGA 的收敛性很好,且优化效率高。

表 1 悬臂板拓扑优化结果对比

Table 1 Topology optimization results of cantilever plate

	适应度	W	σ_{Nmax} / MPa	δ_{Nmax} / mm	Time/ h
ESGA (A)	2. 66	0. 38	120	0. 182	3. 8
ESGA (A)	2. 75	0. 36	121	0. 183	3. 8
ES- PGA	2. 78	0. 36	121	0. 183	11. 44

3 结 论

- (1) 采用基于精英保留的遗传算法优化技术,可以有效地进行应力和位移约束下连续结构的拓扑优化分析。
- (2) 通过在遗传算法中引入精英保留策略,提高了优化效率,获得了较好的拓扑优化结果。
- (3) 基于精英保留遗传算法的拓扑优化方法可以为工程结构的初始设计提供多种可行方案。
- (4) 遗传算法与 ANSYS 结合的拓扑优化技术可以进行复杂工程结构的拓扑优化设计。

参考文献：

[1] 隋允康,彭细荣. 结构拓扑优化 ICM 方法的改善[J]. 力学学报,2005,37(2):190-198.

Sui Yunkang, Peng Xirong. The improvement for the ICM method of structural topology optimization[J]. *Mechanics Transaction*, 2005, 37(2):190-198.

[2] Kawamura H, Ohmori H, Kito N. Truss topology optimization by a modified genetic algorithm[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2002, 23(6):467-472.

[3] Chapman C D, Saitou K, Jakiela M J. Genetic algorithms as an approach to configuration and topology design[J]. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 1994, 116(4):1005-1012.

[4] Jakiela M J, Chapman C, Duda J, et al. Continuum structural topology design with genetic algorithms [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000, 186(4):339-356.

[5] Nakanishi Y. Application of homology theory to topology optimization of three-dimensional structures using genetic algorithm[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2001, 190(29):3849-3863.

[6] 王中华,温卫东. 基于模拟退火遗传算法的平面连续体结构的拓扑优化[J]. 航空动力学报, 2004, 19(4):495-498.

Wang Zhonghua, Wen Weidong. Continuum structural topology optimization using simulated annealing genetic algorithm[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2004, 19(4):495-498.

[7] De Jong K A. An analysis of the behavior of a class of generic adaptive systems[D]. *University of Michigan*, 1975.

[8] Fogel David B. Evolutionary computation: Toward a new philosophy of machine intelligence[M]. 2nd Edition. Wiley-IEEE Press, 1999.

[9] 桑韧. 平面连续结构拓扑优化的 GA-FE 方法研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2003.